

On Shakuhati

尺八は日本で人気のある吹奏楽器のひとつである。その呼び名は1尺8寸という長さに由来している。筒音は一越（d）である。それは竹の根の近くからよく乾燥した季節に切り取られ、両端に竹節を持つ。下方の端に向かってわずかに収縮している管の内部は節の部分がくり抜かれ、きれいに漆で塗られている。管は通常前方にわずかに反っている。前面の最上部の端は部分的に竹管に対して約30°の角度で切り取られ、鋭いナイフのエッジの形をしている。

演奏の時には、上部の端は下唇と顎を当てて小さい隙間を唇とエッジの間に作り、息を吹き込む。5個の指孔のうち一番上の孔は背面にあり、残りは管の前面にある。

尺八はオルガンパイプの形をしている。その実効長は他の吹奏楽器と同じように5つの指孔によるばかりか、吹き込む歌口の広さを調節することによって変動する。尺八の特徴である後者（歌口）の調節は演奏者の頭による傾きを変えることで、唇と管の端の隙間の変化を引き起こし実現する。この調節でなされる角度は約10°で全ての音についての音律を変化できる。この特徴ある調節で、楽器はその少数の指孔にもかかわらず、（吹奏可能音域の）範囲内ではどの音も出すことが出来る。この点で、尺八は管楽器やフルートよりもむしろ弦楽器に例えられる。

この尺八の音律が歌口の広さを変えることで、どれほど影響されるのかは、次の簡単な実験で示される。演奏の時、歌口を唇に持ってくる。同時に適切な音叉を歌口近くに持ってくる。そして、共鳴が最高になるまでその広さを調節する。もしその位置から少しでも傾きを変えるか、下唇を動かすと共鳴はたちどころに消滅する。

円形の部分を持つ通常の管楽器では、その端の実質の長さ（実効長）の追加は、Cavaille-Collの結果によれば、 $3^{1/3}R$ （ $1.45R$ ）である。（ここでRは管楽器の半径である。）Lord Rayleighは、その主要部分は吹き込む歌口によると指摘した。尺八の場合はこの部分、すなわち唇と鋭い楽器のエッジでできる実質の隙間は非常に狭い。それ故に歌口による（実質の）長さの追加は非常に大きいと考えられる。実際、後ほど見られるように、その長さの補正は管の半径よりも10倍以上である。

尺八で直接実験する代わりに、次のケースを研究した。それは、本質的に尺八と似ていて、複雑な指孔の影響なしに歌口だけの影響を見るのに最適である。

内径4cmのガラス管を垂直に固定する。その上部を開口端とし、内部の空気柱の長さは管の下部の水面で調節した。0.4mmの厚さの垂鉛板を、開口部分に

部分的に蓋をするために、開口端に持ってきた。そのことで、ガラス管の縁と亜鉛板の直線で開口部分に隙間を作る。板とよく磨いたガラス管の接触を密にするために少量のグリースを使った。ガラス管の開口部分の面積をガラス目盛りで測った部分の線分から計算した。

1セットの音叉を次々と開口部に最大の共鳴を得るまで亜鉛板を調節した。共鳴した時のそれぞれの音叉で線分の長さを測った。実験結果は図1から読み取れる。 n は振動数(周波数)、 σ は開口部の広さ、 l は空気柱の長さ。その図形から l が小さい限り、 n はほとんど $\sigma^{1/4}$ とともに変化する。(訳注:正比例の関係)

その三次元(訳注:共振器の管内の容積のことか。管内が円柱とすると容積は $\pi r^2 l$)が波長より比較的小さく、表面の小さな孔(指孔)で外気と接触する簡単な共振器の音律は、多くの著名な物理学者により確かめられた。

Helmholtzは円形の隙間に対して、理論的に次式を得た。

$$\text{数式} \quad n = a \sigma^{1/4} \div 2^{1/2} \pi^{5/4} S^{1/2}$$

S は容積、 a は音速(空气中 訳注 335.588m/s)

Sondhaussは実験的に

$$\text{数式} \quad n = 52400 \sigma^{1/4} S^{-1/2} \text{ を得た。}$$

これらの結果は Lord Rayleigh によって共鳴に関する古典的文献で検討されている。現在の場合、管の長さは波長に比較して、絶対的に小さい。 $l=5\text{cm}$ のとき、 n は $\sigma^{1/4}$ にほぼ比例しているということが上記の結果から明らかである。 l のいくらか大きい値では曲線はほぼ直線であるが、少しの曲がりをもって原点に収束している。他方、 σ の違う値で n と $l^{1/2}$ の値の関係を示す図表が同じ局面(正比例関係)を示している。(訳注: Helmholtz、Sondhaussの式からも n と $l^{1/2}$ が比例していることは解る。)すなわち調べた範囲では、ほぼ直線で、曲線が原点に向かってかすかな曲率で一点に集約しているように見える。

上記の結果を少し修正して、尺八の実際のケースに当てはまるならば、この尺八での空気振動モードと次の方法でのいくつかの指孔の影響をおおよそ類推できるかもしれない。

調べた尺八は次の寸法を有している。長さ=49.2cm 平均の直径=1.9cm
指孔の直径=0.8cm

歌口から指孔の midpoint までの長さ=23.4, 28.3, 33.3, 38.2cm(訳注:第五孔は19.8cm)。今すべての指孔を塞ぐと普通の歌口の開きではその筒音は $C_1^\#$ ($\lambda/4=30.2\text{cm}$ 、 $\lambda/2=60.4\text{cm}$)に等しい。したがって歌口の補正值は約10.2cmである。

(訳注:尺八の場合は両端開放なので、 $\lambda/2=60.4\text{cm}$ の波長となる。それから、尺八の

長さ(49.2cm)と管尻補正值(1cm)をマイナスすると10.2cmの歌口補正值が求まる。)

同様の共振器では音律は縦の長さの逆比例することが知られているので、上記の結果は、もし、 n と σ^{-1} を(ガラス管の直径÷尺八の直径=約2)、 $\sigma^{1/2}$ を(同比=約2) $^{-1/2}$ で掛けるならば、尺八にあてはまるはずである。

このように変換した図表から、 $C_1^\#$ に相当する $\lambda/4-l$ が約10.2cmであるときの σ 値を見つけることが出来る。

(訳注：尺八を吹く者にとって、自分の尺八の歌口の広さには興味ある。図1から、

$C_1^\#$ の時のガラス管の長さ $l=20$ の時の $\sigma^{1/4}$ 値を求めてみると、約1である。ガラス管の $\sigma^{1/2}$ を(同比=約2) $^{-1/2}$ で掛けると、尺八の歌口の広さは 0.5cm^2 と類推できる。)

この σ の値の n に l の曲線をトレースすることで、別の音律の歌口補正が得られる。

この様にして、歌口から実際の(波形の)節までの距離 N は

$$N = \lambda/4 - (\lambda/4 - l) = l$$

(訳注：ガラス管の歌口補正と尺八の歌口補正が等しいならば、尺八の歌口からnodeまでの長さは、実験のガラス管の長さに一致する。)

歌口から $N + \lambda/4$ は各音律の(管尻側の)実効腹(loop)の位置を示す。開指孔を超えるこの腹の長さは開指孔による補正值と考えられる。5つの指孔のいろいろな組み合わせは、図2に模式的に示した。相当する音律は図3に同じく表で示した。

図3に示された相当する音律は、Aは狭い歌口、Bは比較的広い歌口に相当する。開口(管尻)に近いもうひとつの指孔は全音の1/4高い音律を上げることがこの表からわかる。(訳注：III a→III b IV a→IV b V a→V bで音律が上がっている。)相当する実効節と腹の位置は次のように示される：(85pの表)

ここで d は歌口に最も近い開指孔の midpoint と(管尻側への)実効腹(loop)までの距離。表を一目見てわかることは、ひとつの孔による長さの補正は孔が尺八の開口端に近づくときに減少することである。(訳注：例 III a→IIは5.3→5.0等)

開口端に近いもうひとつの孔の開放はこの追加で約1cmの減少である。

(訳注：III a→III bは5.3→4.6 IV a→IV bは6.8→5.7 V a→V bは7.8→5.7) この事実は基の開孔に近いもうひとつの孔を開放することによる抵抗の減少と考えることで定性的に説明ができる。完璧な説明は、しかしながら指孔の働きが完全に研究されるまで待たなければならない。

尺八では音の間隔の変化は n の違いだけでなく歌口の変化によるという事実は、ガラス管が長くなればなるほど n が $\sigma^{1/4}$ に対するカーブが急になるという我々の実験結果とほぼ同じである。

上記のことは、この種の楽器の空気振動に関する複雑な問題の第一歩に過ぎないと考える。

